

DOI: 10.34220/2311-8873-2026-32-44



УДК 621.9.06:004.45

UDC 621.9.06:004.45

2.5.6 – технология машиностроения

**МЕТОД РАСЧЕТА  
ШИРИНЫ ОБРАБОТКИ  
ДЛЯ ПЯТИКООРДИНАТНОГО  
ФРЕЗЕРОВАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ  
ФРЕЗОЙ**

**METHOD FOR CALCULATING THE  
WORKING WIDTH FOR FIVE-AXIS  
MILLING WITH A SPHERICAL MILLING  
CUTTER**

**Колесов Андрей Васильевич,**

магистр, кафедры технологии машиностроения, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, e-mail: [stig8377@yandex.ru](mailto:stig8377@yandex.ru)

**Kolesov Andrey Vasilyevich,**

candidate of technical sciences, associate professor of the department of mechanical engineering technology, Voronezh state technical university, Voronezh, e-mail: [smolentsev.rabota@gmail.com](mailto:smolentsev.rabota@gmail.com)

✉<sup>1</sup> **Козлов Андрей Александрович,**

к.т.н., доцент кафедры технологии машиностроения, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, e-mail: [soy4astnik@mail.ru](mailto:soy4astnik@mail.ru)

✉<sup>1</sup> **Kozlov Andrey Aleksandrovich,**

doctor of technical sciences, professor, professor of the department of mechanical engineering technologies and equipment, South-West state university, Kursk, e-mail: [kuc-vadim@yandex.ru](mailto:kuc-vadim@yandex.ru)

**Козлов Александр Михайлович,**

д.т.н., профессор, заведующий кафедры технологии машиностроения, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, г. Воронеж, e-mail: [kam-48@yandex.ru](mailto:kam-48@yandex.ru)

**Kozlov Alexander Mikhailovich,**

master of the department of mechanical engineering technology, Voronezh state technical university, leading design engineer of the WESTEROS-SUGAR Group of Companies, Voronezh, e-mail: [lil-ovs@yandex.ru](mailto:lil-ovs@yandex.ru)

**Аннотация.** В статье рассмотрена технология пятикоординатного фрезерования, которая применяется для обработки геометрически сложных поверхностей. В качестве основного технологического параметра процесса рассмотрена ширина фрезерования и определена её взаимосвязь с предельно допустимой погрешностью обработки. Расчет значения ширины обработки от допустимой погрешности и положения инструмента в системе координат позволит упростить процесс назначения режимов резания и алгоритм расчета оптимальной траектории движения фрезы при резании.

**Annotation.** The article discusses the technology of five-axis milling, which is used for processing geometrically complex surfaces. The milling width is considered as the main technological parameter of the process and its relationship with the maximum allowable processing error is determined. Calculating the value of the working width from the permissible error and the position of the tool in the coordinate system will simplify the process of assigning cutting modes and the algorithm for calculating the optimal trajectory of the milling cutter during cutting.

**Ключевые слова:** ПЯТИКООРДИНАТНОЕ ФРЕЗЕРОВАНИЕ, ШИРИНА ОБРАБОТКИ, ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ.

**Keywords:** FIVE-AXIS MILLING, WORKING WIDTH, MOVEMENT TRAJECTORY.

<sup>1</sup> Автор для ведения переписки

## 1 Состояние вопроса исследования и актуальность работы

В современном машиностроении механическая обработка стала одной из самых распространенных технологий производства. Её развитие позволило изготавливать детали сложной пространственной формы для удовлетворения растущих потребностей повышения точности и быстроходности машин. В частности, за последнее десятилетие активно применяются технологии трехосевого и пятиосевого фрезерования, в которых под осями подразумевают управляемые движения заготовки. В обоих методах производства главным формообразующим инструментом является фреза. Могут использоваться различные виды фрез: торцевые, концевые, конические или сферические. При трехосевом фрезеровании можно одновременно управлять осями  $x$ ,  $y$  и  $z$  для получения желаемой геометрии. Как правило, системы трехосевого фрезерования имеют три линейные оси перемещения заготовки относительно инструмента, но ни одной оси вращения. В пятиосевом фрезеровании добавляются еще две оси (рис. 1), которые являются вращательными. Эти две оси определяют углы подъема (в плоскости, проходящей через ось инструмента и вектор подачи) и наклона (в плоскости, проходящей через ось инструмента перпендикулярно вектору подачи) инструмента. Они, как дополнительные две степени свободы, позволяют технологической системе быть более гибкой.

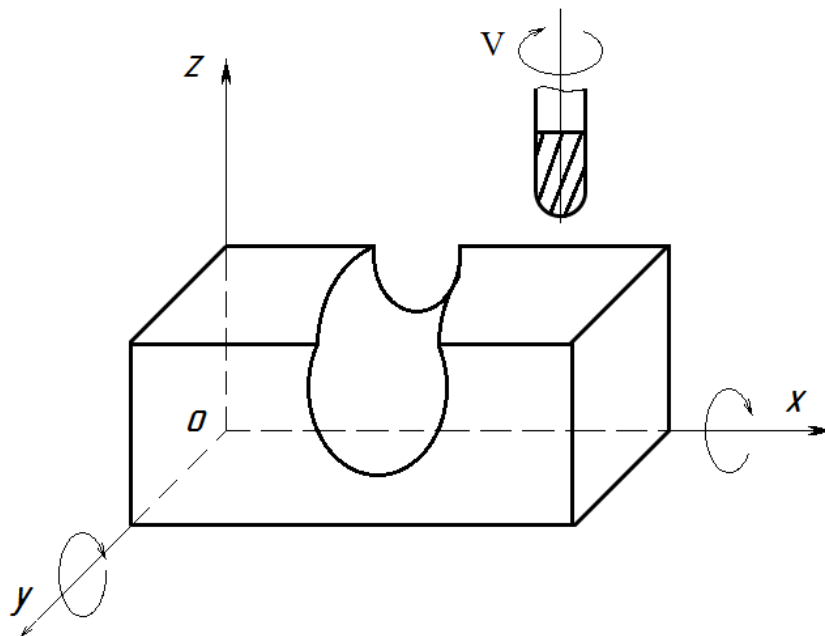


Рисунок 1 – Схема движений пятикоординатного фрезерного станка

Пятикоординатное фрезерование применяется во многих отраслях современной промышленности для изготовления штампов, пресс-форм, специальной оснастки, изделий для автомобильной и аэрокосмической промышленности. На первом этапе в такой технологической системе исследователи решали проблемы математического описания формы обрабатываемой поверхности [1-4]. Затем на первый план вышли вопросы силового взаимодействия инструмента и заготовки, которые обеспечивают требуемую точность обработанной поверхности [5-8] и снижение уровня вибраций [9, 10].

Поскольку обработка деталей сложных пространственных форм ведется на весьма дорогом оборудовании, в последнее время основное внимание уделяется вопросам повышения производительности, качества обработки, безотказности и, в целом, эффективности процесса [11, 12].

При пятикоординатном фрезеровании поверхности чаще всего для формирования сложного пространственного профиля применяются цилиндрические фрезы со сферическим концом. Особенностью таких фрез является то, что в центре сферы, на оси вращения, скорость

резания  $V$  равна нулю (рис. 1). Это приводит к тому, что при обработке «стенок» резание ведется в режиме фрезерования, а при обработке «дна» – в режиме сверления. При движении фрезы в направлении, перпендикулярном оси вращения, режущие кромки на ее оси будут не резать, а только пластически деформировать обрабатываемую поверхность, что значительно ухудшает шероховатость обработанной поверхности, вызывает повышенный износ фрезы.

Другой особенностью фрезерования сложных пространственных поверхностей является то, что, независимо от типа применяемого фрезерного инструмента, возможно возникновение дефекта формы обработанной поверхности (например, при фрезеровании штампов [6]). Это связано с тем, что форма инструмента никогда не совпадает с формой поверхности при резании по пяти координатам.

При этом, в зависимости от режимов обработки, следы от фрезы будут формировать пространственные отклонения поверхности и ее шероховатость.

## 2 Материалы и методы

На обработанной поверхности неизбежно будут образовываться неровности (выступы), остающимся между соседними проходами инструмента, которые выходят за пределы профиля расчетной поверхности. Контроль высоты этой неровности важен, так как минимальное значение этого параметра существенно сократит трудоемкость возможной дальнейшей обработки – шлифования и полирования обработанной поверхности для достижения требуемой шероховатости. В дальнейших расчетах максимальную высоту этой неровности обозначим как величину  $h$ . Затем, путем вычисления ширины обработки в текущей точке контакта фрезы с заготовкой, определим следующее соседнее смещение траектории инструмента. Это позволит составить уравнение эффективной траектории инструмента и упростит выбор режимов обработки за счет расчета ширины фрезерования через заданную допустимую величину  $h$ .

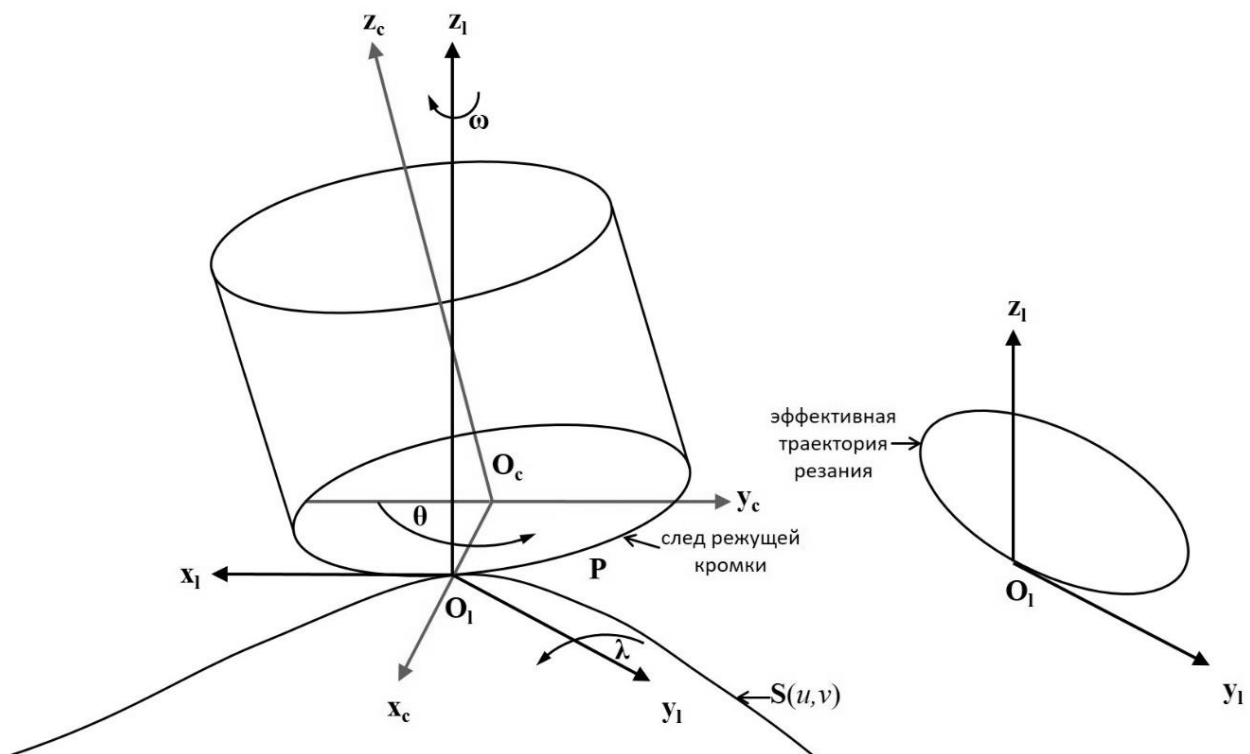


Рисунок 2 – Кинематическая схема процесса пятикоординатного фрезерования

Расчет начинаем с ввода локальной системы координат  $(O_1, x_1, y_1, z_1)$  в которой точка контакта режущей части инструмента с заготовкой обозначена  $O_1$  (рис. 2),  $x_1$  обозначает нор-

мализованную проекцию направления резания инструмента на касательную плоскость заготовки,  $z_1$  обозначает единичный вектор нормали к обрабатываемой поверхности, а  $y_1$  – вектор оси, относительно которой будет задаваться угол наклона фрезы, а координата по данной оси определяется как произведение  $x_1 \cdot z_1$ . Дополнительную систему координат  $(O_1, x_1, y_1, z_1)$  рассматриваем в совокупности с системой координат инструмента  $(O_c, x_c, y_c, z_c)$ . Для стабилизации процесса пятикоординатного фрезерования ось инструмента сначала поворачивают на угол наклона  $\lambda$  относительно вектора оси  $y_1$ , затем на угол наклона  $\omega$  вокруг вектора оси  $z_1$ . Проецируемая нижняя кромка плоской фрезы радиуса  $r$  на плоскость  $y_1-z_1$  становится эллипсом, который обозначим как эффективную траекторию резания [13]. Дальнейшее определение эффективной траектории инструмента основано на расчете координат точки  $P$  на нижней части режущей кромки фрезы в момент резания в нескольких системах координат. В системе координат фрезы  $(O_c, x_c, y_c, z_c)$  эта точка описывается выражением (рис. 2):

$$P_c = \begin{bmatrix} r \sin \theta \\ -r \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\theta$  – угол от отрицательного вектора оси  $y$  до точки  $P$  в системе координат инструмента;  $r$  – радиус фрезы, мм.

Во введенной локальной системе координат рассматриваемая точка  $P$  будет описываться выражением:

$$P_c = \begin{bmatrix} -r(\cos \lambda \cos \omega (1 - \sin \theta) + \sin \omega \cos \theta) \\ r(\cos \lambda \sin \omega (1 - \sin \theta) + \cos \omega \cos \theta) \\ r \sin \lambda (1 - \sin \theta) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – угол наклона оси инструмента относительно оси  $y$  в локальной системе координат град.;  $\omega$  – угол наклона оси инструмента относительно оси  $z$  в локальной системе координат, град.

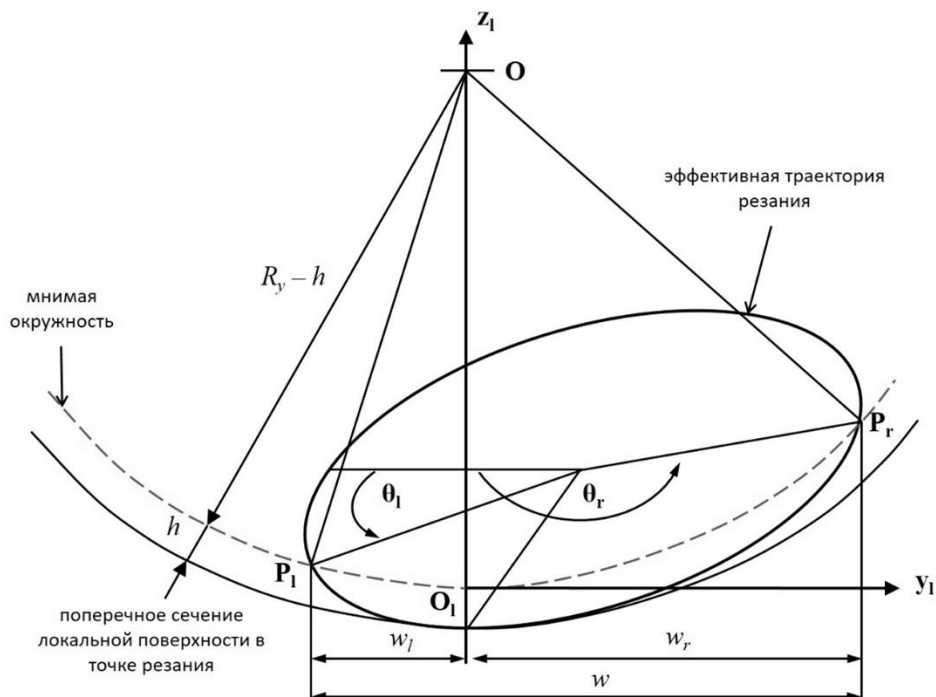


Рисунок 3 – Схема определения значения ширины обработки при пятикоординатном фрезеровании

Для оценки ширины зоны контакта инструмента с заготовкой при пятикоординатном фрезеровании поперечное сечение обработанной поверхности, перпендикулярное направлению резания инструмента  $x_1$ , аппроксимируется дугой окружности [14], радиус которой  $R_y$  равен радиусу нормальной кривизны поверхности в направлении оси  $y_1$  (рис. 3). Учитывая максимальную высоту следа  $h$ , максимальная погрешность обработанной поверхности представлена мнимой дугой окружности радиусом  $R_y - h$  (рис. 3). Тогда ширина обработки вычисляется путем определения пересечений эффективной траектории резания с этой мнимой дугой окружности. Уравнение этой эффективной траектории находим через проецирование координат по выражению (2) на плоскость  $y_1 - z_1$  (приравнивая к нулю координату  $x_1$  точки  $P$ ). При этом уравнение мнимой дуги окружности радиусом  $R_y - h$  (рис. 3) будет иметь вид:

$$y_l^2 + (z_l - R_y)^2 = (R_y - h)^2, \quad (3)$$

где  $h$  – максимальная высота следа (неровности) обрабатываемой поверхности от предыдущего прохода инструмента, мм;  $R_y$  – радиус нормальной кривизны обрабатываемой поверхности в направлении оси  $y_1$  локальной системы координат, мм;  $y_l, z_l$  – соответствующие координаты характерной точки режущей кромки инструмента ( $x_1 = 0$ ).

Подставляя выражение (2) в уравнение (3), получим уравнение расчета эффективной траектории резания:

$$a_1 \sin^2 \theta + a_2 \sin \theta + a_3 \sin 2\theta - 2a_3 \cos \theta + a_4 = 0, \quad (4)$$

где  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – переменные введённые для упрощения математической записи уравнения, которые раскрываются в выражения:

$$a_1 = r^2(\cos^2 \lambda \sin^2 \omega + \sin^2 \lambda - \cos^2 \omega);$$

$$a_2 = -2r^2(\cos^2 \lambda \sin^2 \omega + \sin^2 \lambda) + 2rR_y \sin \lambda;$$

$$a_3 = 0,5r^2(\cos \lambda \sin 2\omega);$$

$$a_4 = r^2 \cos^2 \lambda \sin^2 \omega - 2rR_y \sin \lambda + r^2 + 2hR_y - h^2.$$

Для решения уравнения (4) рассмотрим частный случай с условием  $\lambda = \pi/2$  и  $\omega = 0$ . Тогда уравнение (4) примет вид:

$$(-2r^2 + 2rR_y) \sin \theta + 2r^2 - 2rR_y + 2hR_y - h^2 = 0. \quad (5)$$

Преобразуя получаем:

$$\sin \theta = 1 - \frac{2hR_y - h^2}{2rR_y - 2r^2}. \quad (6)$$

Таким образом, согласно представленной расчётной схеме (рис. 3), можно определить ширину зоны контакта инструмента с заготовкой при пятикоординатном фрезеровании по выражению:

$$w = w_l + w_r = 2r \sqrt{\frac{2hR_y - h^2}{rR_y - r^2} - \left(\frac{2hR_y - h^2}{2rR_y - 2r^2}\right)^2}. \quad (7)$$

Так как на практике  $|R_y|$  существенно больше значения  $h$ , то величинами  $h^2$ ,  $h^3$  и  $h^4$  в уравнении (6) можно пренебречь. Тогда итоговое уравнение примет вид:

$$w = \sqrt{\frac{8hrR_y}{R_y - r}}. \quad (8)$$

Для достижения оптимального положения фрезы, её ось необходимо повернуть на угол наклона  $\lambda$  относительно вектора оси  $y_1$ , а затем на угол подъема  $\omega$  относительно вектора оси  $z_1$  [13]. Проецируемая нижняя кромка фрезы радиуса  $r$  на плоскость  $y_1 - z_1$  становится эллипсом, который является оптимальной траекторией инструмента (рис. 3).

В процессе пятикоординатного фрезерования ориентация инструмента по углам  $\lambda$  и  $\omega$  определяет эффективную траекторию резания. Причем угол  $\lambda$  определяется в первую очередь и, если его значение превышает возможности оборудования, вторым этапом определяется угол  $\omega$ . При этом оптимальный радиус фрезы  $r_e$  рассчитывается выражением [12]:

$$r_e = r \sin^2 \lambda \cos^2 \omega \left( \frac{1 + \tan^2 \lambda \sin^2 \omega}{\sin^2 \lambda \cos^2 \omega + \tan^2 \lambda \sin^2 \omega} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (9)$$

где  $r$  – радиус фрезы, мм;  $\lambda$  – угол наклона оси инструмента относительно оси  $y$  в локальной системе координат, град.;  $\omega$  – угол подъема оси инструмента относительно оси  $z$  в локальной системе координат.

После преобразования выражения (9) получим:

$$r_e = \frac{r \cos^2 \omega}{\sin \lambda}. \quad (10)$$

Чтобы сделать оптимальной траекторию инструмента, угол наклона оси фрезы  $\lambda$  необходимо выбрать так, чтобы  $r_e$  лучше всего соответствовало радиусу кривизны в заданной точке заготовки. Для выпуклых или плоских поверхностей заготовки его значение будет небольшим или равным нулю, при этом  $\omega = 0$ . Если поверхность невыпуклая, то необходимо рассчитать значение  $\lambda$ , иначе след от прохода фрезы негативно повлияет на качество поверхности. Предлагаемый метод расчета заключается в определении минимального значения угол наклона  $\lambda$  через проекции в плоскостях  $x_1 - z_1$  и  $y_1 - z_1$ :

$$\lambda_{min} = \max(\lambda_x, \lambda_y). \quad (11)$$

Значение проекций определяем:

$$\lambda_x = \sin^{-1} \left( \frac{r}{R_x} \right),$$

$$\lambda_y = \sin^{-1} \left( \frac{r}{R_y} \right),$$

где  $R_x$  и  $R_y$  – радиус нормальной кривизны в направлениях  $x_1$  и  $y_1$  соответственно, мм.

Поперечное сечение поверхности аппроксимируется дугой окружности в плоскости  $y_1 - z_1$ , соответствующей соприкасающейся окружности радиуса  $R_y$ . Соприкасающаяся окружность представляет собой наилучшую аппроксимирующую кривую, имеющую постоянную кривизну.

### 3 Результаты исследований

Представленный выше метод расчета ширины обработки при пятикоординатном фрезеровании позволяет упростить процесс расчёта оптимальной траектории инструмента за счет аппроксимации дуги мнимой окружности вместо решения квадратных уравнений. Блок-схема работы алгоритма оптимизации представлена на рис. 4.

Представленные уравнения (3) и (6) позволяют вычислить кривую смещения, соответствующую максимально допустимой погрешности обработанной поверхности  $h$ , используя мнимую дугу окружности радиуса  $R - h$  (рис. 3).

Для проверки полученных теоретических положений были проведены эксперименты, целью которых являлось сравнение фактической шероховатости обработанной поверхности до и после изменения углов наклона фрезы.

Эксперименты проводились на пятикоординатном фрезерном станке с ЧПУ Kondia NM 1060 на заготовке из алюминиевого сплава 7075-T6. Данный материал часто используется в аэрокосмических компонентах (крылья, фюзеляжи, лопасти и т.п.), гидравлическом оборудовании, машиностроительных изделиях, которые подвергаются серьезным эксплуатационным нагрузкам.

В качестве режущего инструмента в экспериментах использовалась концевая фреза диаметром 8 мм, углом наклона винтовой канавки  $30^\circ$ , числом зубьев 4, общей длиной 70 мм, длиной канавки 30 мм из быстрорежущей стали с покрытием TiAlN.

Режимы резания – подача на зуб 0,02 мм, частота вращения шпинделя  $3000 \text{ мин}^{-1}$ .

Измерение полученной шероховатости проводились на профилометре TalySurf 200.

Для исследования и оценки предлагаемого алгоритма провели серию экспериментов с оценкой шероховатости поверхности. Во время исследования одна и та же заготовка обрабатывалась с использованием различных углов наклона инструмента. Результаты стандартного подхода сравнивались с результатами оптимизированной технологии, при этом параметры резания были постоянными.

Эксперимент проводился в несколько этапов, на каждом из которых использовались разные значения углов наклона инструмента.

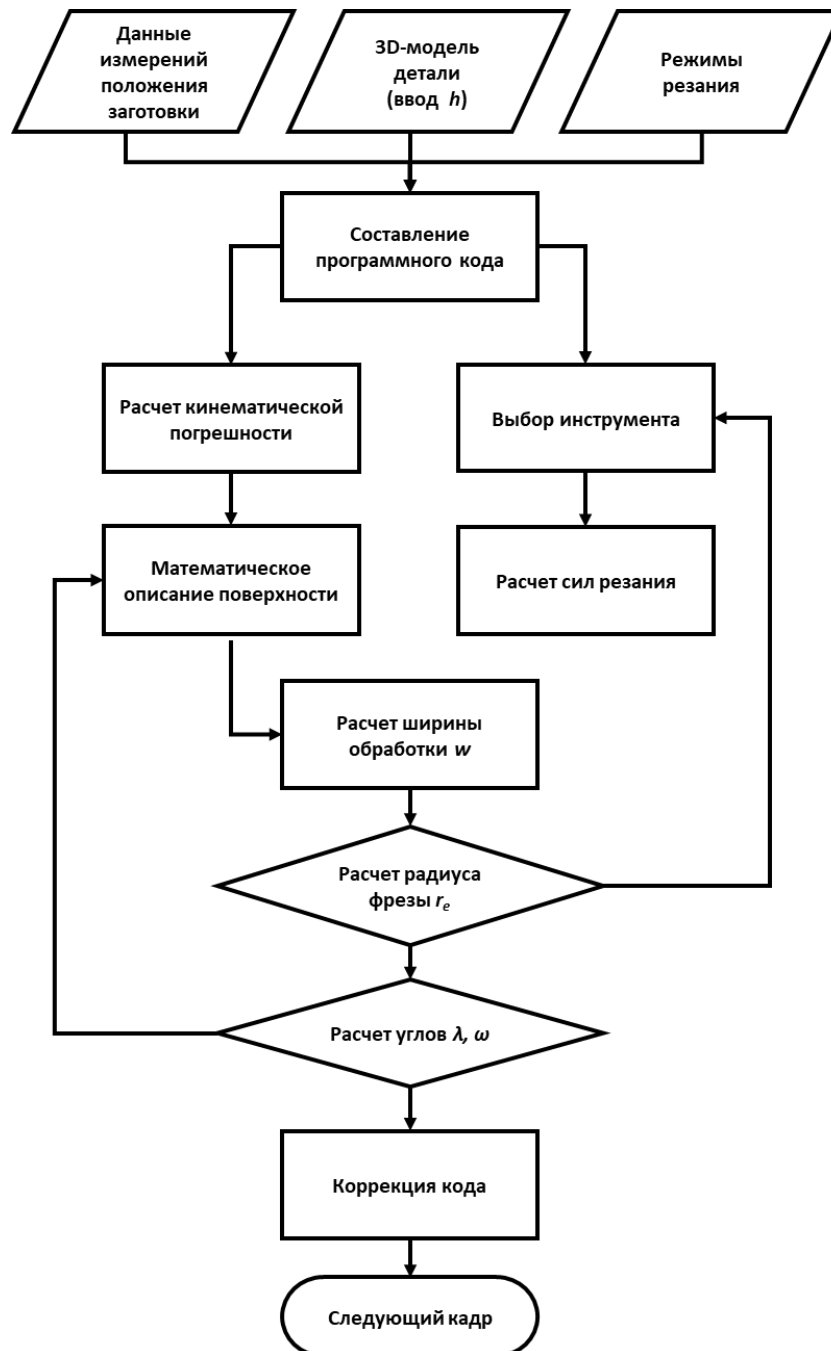


Рисунок 4 - Блок-схема работы алгоритма оптимизации

Для исследования и оценки предлагаемого алгоритма провели серию экспериментов с оценкой шероховатости поверхности. Во время исследования одна и та же заготовка обрабатывается с использованием различных алгоритмов. Результаты стандартного подхода сравнивались с результатами оптимизированной технологии, при этом параметры резания были одинаковы в каждом эксперименте.

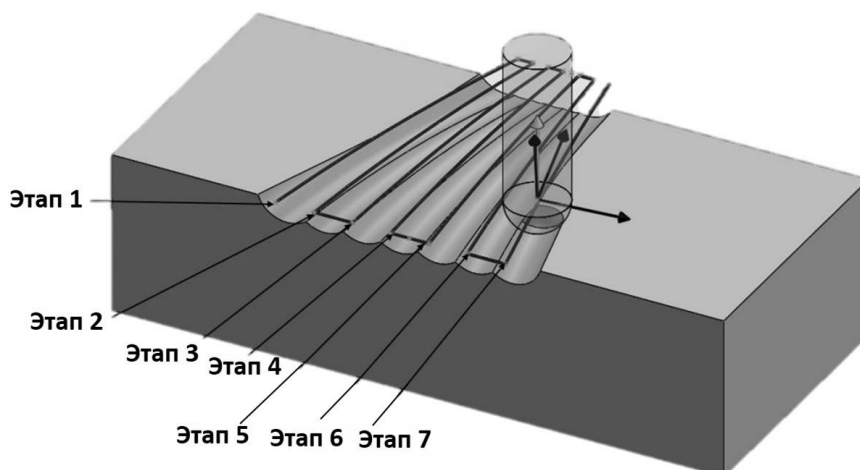


Рисунок 5 – Схема обработки при исследовании шероховатости

Эксперимент проводился в семь этапов, на каждом из которых использовались разные значения углов наклона инструмента (рис. 5). Все этапы сравнивались между собой с точки зрения качества поверхности, а также регистрировалась продолжительность обработки для каждого отдельного этапа.

На этапах 1 и 2 обработка велась по трем координатам, а траектория перемещения инструмента задавалась с помощью стандартного программного обеспечения ЧПУ по трем координатам и выполнялась без каких-либо изменений (рис. 6). Это испытание проводилось для создания поверхности, сравнение с которой помогает оценить эффективность других подходов к обработке, используемых в последующих испытаниях.

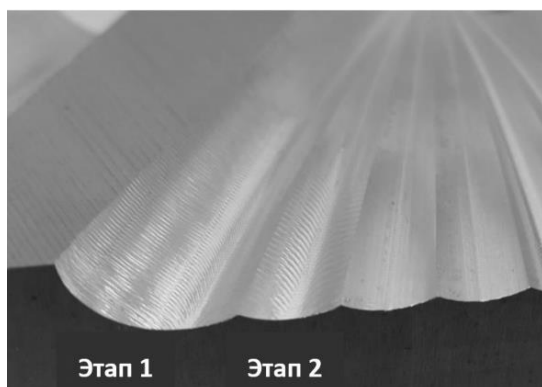


Рисунок 6 – Результаты первого и второго этапов эксперимента по исследованию шероховатости поверхности ( $R_a = 1,85 \text{ мкм}$ )

На этапах 3 и 4 обработка велась по пяти координатам, а углы подъема и наклона фрезы оставались постоянными и равными нулю. Основная цель заключалась в достижении стабильности процесса резания. Несмотря на это, на обработанных поверхностях наблюдаются значительные следы (рис. 7). Кроме того, поскольку углы подъема и наклона оставались равными  $0^\circ$ , кончик инструмента контактировал с вмятинами вдоль центра траектории инструмента, что также ухудшало качество конечной поверхности детали.

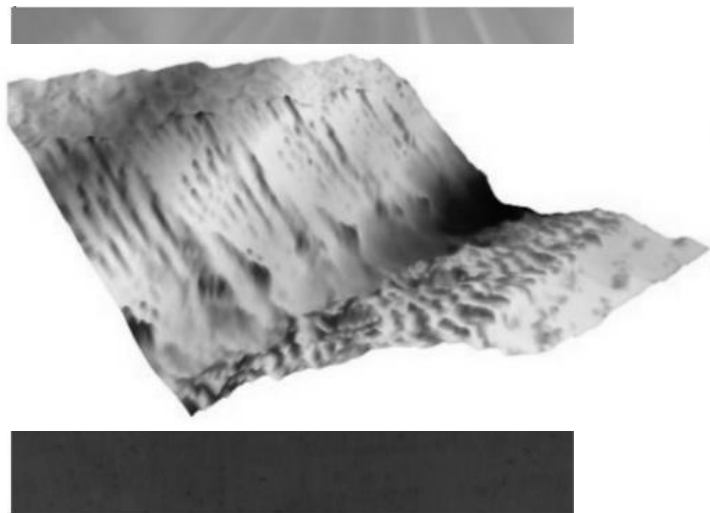


Рисунок 7 – Результаты третьего и четвертого этапов эксперимента по исследованию шероховатости поверхности ( $R_a = 1,54$  мкм)

На этапах 5 и 6 обработка также велась по пяти координатам, но углы подъема и наклона фрезы были оптимизированы только для обеспечения заданного значения высоты неровности. Их отличие от других заключается в оптимизации траектории движения инструмента для получения стабильной операции резания. Для условий эксперимента процесс фрезерования следует выполнять при углах – подъема  $10^\circ$  и наклона  $10^\circ$ . Шероховатость поверхности значительно улучшилась (рис. 8), однако из-за постоянных углов подъема и наклона происходит разворот оси от оси вращения, что приводит к ухудшению качества поверхности в середине траектории инструмента.

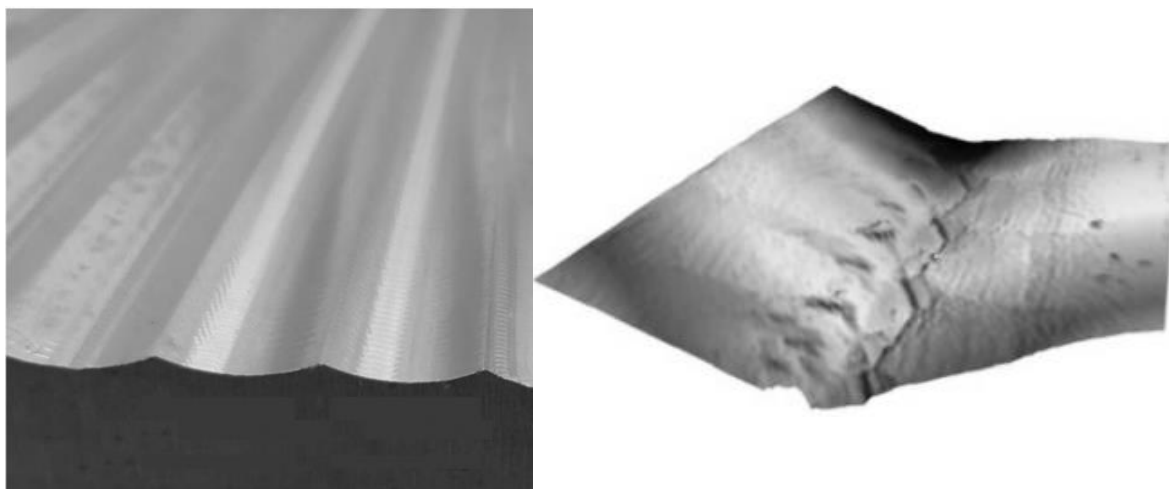


Рисунок 8 – Результаты пятого и шестого этапов эксперимента по исследованию шероховатости поверхности ( $R_a = 0,59$  мкм)

На последнем этапе 7 обработка велась комбинированным способом, и он является результатом пятикоординатного фрезерования, оптимизированного с учетом ограничений стабильности и привода подачи по осям станка с ЧПУ. Вместо того, чтобы сохранять углы подъема и наклона постоянными, они изменяются в каждой точке траектории перемещения инструмента, чтобы получить стабильное резание и минимальное смещение оси вращения, что приведет к повышению эффективности процесса. В начале траектории угол наклона выбирается равным  $20^\circ$  и уменьшается до  $10^\circ$ . При этом угол подъема выбирают примерно равным  $10^\circ$  и уменьшают примерно до  $3^\circ$ .

Качество поверхности улучшилось, а время обработки сократилось за счет минимизации движений поворотной оси (рис. 9).

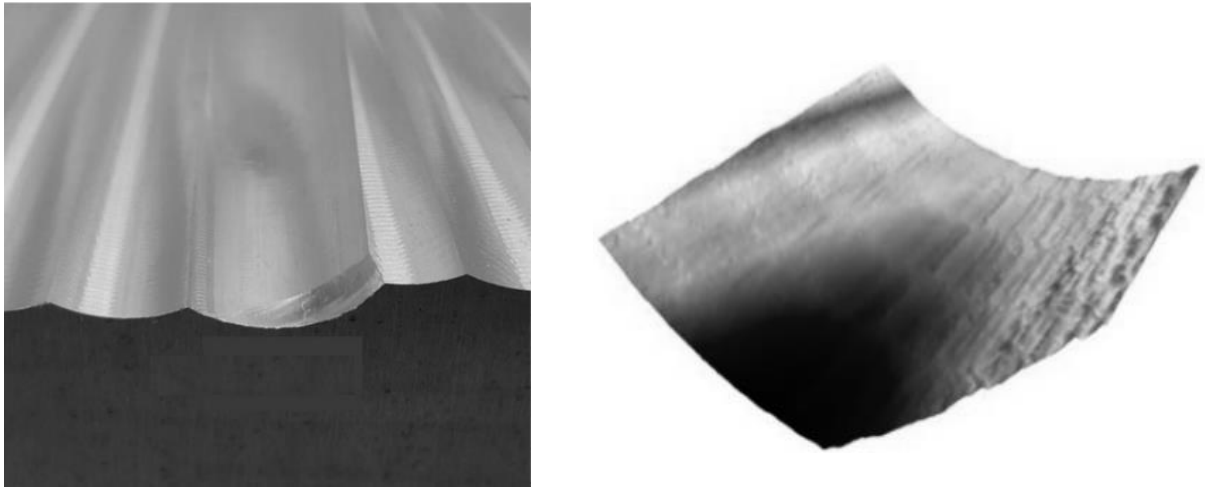


Рисунок 9 – Результаты седьмого этапа эксперимента по исследованию шероховатости поверхности ( $Ra = 0,40$  мкм)

В последнем тесте в каждой точке траектории перемещения фрезы относительно заготовки назначается интервал возможных комбинаций углов опережения и наклона. Затем для каждой комбинации рассчитываются необходимые смещения осей путем перехода от G-кода к программе ЧПУ. Благодаря нахождению в стабильной (без вибраций) зоне и предотвращению неплавных смещений оси вращения, положение инструмента вдоль траектории оптимизируется с помощью предложенного алгоритма. Это приводит к более гладкой поверхности и сокращению времени обработки.

#### 4 Обсуждение и заключение

В данной работе представлен подход к оптимизации технологии пятикоординатного фрезерования на основе построения эффективной траектории движения инструмента и заданной предельной величины неровности обработанной поверхности. Оптимизация движений поворотных осей позволяет компенсировать кинематические погрешности процесса, обеспечив плановость траектории движения инструмента при обработке поверхностей со сложными геометрическими формами. Это обеспечивает стабильность процесса, что подтверждено экспериментами и положительно влияет на качество поверхности детали.

Вычисление ширины обработки согласно уравнению (8) от заданного значения максимально допустимой погрешности позволяет упростить назначение режимов резания при пятикоординатном фрезеровании и улучшить качество обработанной поверхности, минимизировав трудоемкость финишных операций.

В предлагаемом алгоритме используются допустимые значения углов подъема и наклона фрезы, а также заданная величина высоты неровности  $h$ . В случае интеграции систем ЧПУ, после достижения допустимого порога алгоритм выбирает наиболее эффективное значение для выполнения и генерирует модифицированный G-код. А исходный G-код меняется за счет сглаживания движений поворотной оси, что приводит к более плавной работе станка с ЧПУ. Предложенный метод гарантирует, что движения оси непрерывны и не нарушают пределы ускорения и рывков каждой системы привода оси. Для некоторых траекторий продолжительность обработки может быть сокращена до 5-6 %, а качество поверхности значительно улучшается. Усовершенствованное движение обеспечивает более плавное движение, чем поверхность, обработанная обычным 5-осевым подходом.

Список литературы

- 1 Ižol P., Vrabel M., Maňková I. Comparison of Milling Strategies when Machining Freeform Surfaces. *Materials Science Forum*. 2016;862:18-25.
- 2 Hassanpour H., Shajari S., Rasti A., Sadeghi M.H. Investigation of Milling Strategies Effect on Microhardness of a Typical Curved Surface. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(2):34-40.
- 3 Shajari S., Sadeghi M.H., Hassanpour H. The Influence of Tool Path Strategies on Cutting Force and Surface Texture during Ball End Milling of Low Curvature Convex Surfaces. *The Scientific World Journal*. 2014;2014:374526.
- 4 Xiurong Zhu, Yeu Wang. Process Analysis and Parameter Optimization of Five Axis NC Machine for Machining Complex Curved Surface Impellers. In: *Proc. International Conference on Intelligent Transportation, Big Data & Smart City (ICITBS)*. New York: IEEE; 2019. P. 122-124.
- 5 Козлов, А.М. Параметрическое управление подачей при фрезеровании сложных поверхностей на станках с ЧПУ / А.М. Козлов, Г.Е. Малютин // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. Вып. 8. Ч. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2017. - С. 59-64.
- 6 Kozlov, A. M. Performance Increase of Precision Volumetric Milling on NC Machines Based on Frame-Accurate Control / A. M. Kozlov, G.E. Malyutin, A.V. Handozhko // *International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2017 // Procedia Engineering 206 (2017) 1111-1119*.
- 7 Matras A., Kowalczyk R. Analysis of Machining Accuracy during Free form Surface Milling Simulation for Different Milling Strategies. *Proceedings of the SPIE*. 2014;9290:1-7.
- 8 Zhu Z, Yan R, Peng F, et al. Parametric chip thickness model based cutting forces estimation considering cutter runout of five-axis general end milling. *Int J Machine Tools Manufacture*, 2016, 101: 35-51.
- 9 Campa F J, Lopez de Lacalle L N, Celaya A. Chatter avoidance in the milling of thin floors with bull-nose end mills: Model and stability diagrams. *Int J Machine Tools Manufacture*, 2011, 51: 43-53.
- 10 Budak E, Tunç L T, Alan S, et al. Prediction of workpiece dynamics and its effects on chatter stability in milling. *CIRP Ann*, 2012, 61: 339-342.
- 11 Гимадеев М.Р., Никитенко А.В., Беркун В.О. Влияние углов ориентации сферически-цилиндрического инструмента на шероховатость при обработке поверхностей сложного профиля. *Передовые инженерные исследования (Ростов-на-Дону)*. 2023;23(3):231-240.
- 12 Пономарев Б.Б., Нгуен С.Х. Оценка шероховатости при пятикоординатном чистовом фрезеровании поверхностей сфероцилиндрической фрезой. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2020;(5(722)):21-31.
- 13 Fussell B.K., Jerard R.B., Hemmet J.G. Modeling of cutting geometry and forces for 5-axis sculptured surface machining // *Computer Aided Design*, 35. 2003. pp. 333–346.
- 14 Ozturk B., Lazoglu I., Erdim H. Machining of free-form surfaces // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46. 2006. pp. 736-746.

References

- 1 Izhol P., Vrabel M., Mankova I. Comparison of milling strategies for processing surfaces of arbitrary shape. *Materials Science Forum*, 2016;862:18-25.
- 2 Hassanpour H., Shajari S., Rusty A., Sadeghi M.H. Investigation of the effect of milling methods on the microhardness of a typical curved surface. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(2):34-40.
- 3 Shajari S., Sadeghi M.H., Hassanpour H. The effect of the tool's trajectory on the cutting force and surface texture during end milling of convex surfaces of small curvature. *The Scientific World magazine*. 2014; 2014: 374526.
- 4 Xiurong Zhu, Yu Wang. Analysis of the technological process and optimization of the parameters of a five-axis CNC machine for machining impellers with a complex curved surface. In progress: *Proc. International Conference on Intelligent Transport, Big Data and Smart City (ICITBS)*. New York: IEEE; 2019. pp. 122-124.
- 5 Kozlov, A.M. Parametric feed control for milling complex surfaces on CNC machines / A.M. Kozlov, G.E. Malyutin // *Proceedings of Tula State University. Technical sciences*. Issue 8. Part 1. Tula: TulaSU Publishing House, 2017. pp. 59-64.
- 6 Kozlov, A.M. Improving the productivity of precision volumetric milling on CNC machines based on Frame-Accurate Control / A.M. Kozlov, G.E. Malyutin, A.V. Khandozhko // *International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2017 // Procedural Engineering 206 (2017) 1111-1119*.
- 7 Matras A., Kovalchik R. Analysis of machining accuracy in modeling milling of surfaces of arbitrary shape for various milling strategies. *Materials of SPIE*. 2014;9290:1-7.

8 Zhu C., Yan R., Peng F. and others . Estimation of cutting forces based on a parametric chip thickness model, taking into account the runout of the milling cutter during five-axis general end milling. *Int J Machine Tools Manufacture*, 2016, 101:35-51.

9 Campa F. J., Lopez de Lacalle L. N., Celaya A. Prevention of rattling when milling thin surfaces with round-head end mills: a model and stability schemes. *Int J. Production of machine tools*, 2011, 51: 43-53.

10 Budak E., Tunc L. T., Alan S. et al. Predicting the dynamics of the workpiece and its effect on vibration resistance during milling. *CIRP Ann*, 2012, 61:339-342.

11 Gimadeev M.R., Nikitenko A.V., Berkun V.O. Influence of orientation angles of spherical-cylindrical tools on roughness during surface treatment of complex profiles. *Advanced Engineering research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(3):231-240.

12 Ponomarev B.B., Nguyen S.H. Roughness assessment during five-axis finishing milling of surfaces with a spherical cylindrical milling cutter. *News of higher educational institutions. Mechanical engineering*. 2020;(5(722)):21-31.

13 Fussell B.K., Gerard R.B., Hemmet J.G. Modeling of cutting geometry and forces for processing a 5-axis relief surface // *Computer-aided design*, 35. 2003. pp. 333-346.

14 Ozturk B., Lazoglu I., Erdim H. Surface treatment of arbitrary shape // *International Journal of Machine Tool Engineering and Production*, 46. 2006. pp. 736-746.

© Колесов А. В., Козлов А. А., Козлов А. М., 2026